

# COMPRENDER EL CONCEPTO Y LOS SIGNIFICADOS DE LAS FRACCIONES

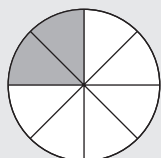
- Cuando queremos expresar cierta cantidad de algo que es incompleto, o partes de un total, y no podemos escribirla con los números y expresiones que hasta ahora conocemos, utilizamos las **fracciones**.
- Ejemplos de frases en las que utilizamos fracciones son: «Dame la mitad de...», «Nos falta la cuarta parte del recorrido...», «Se inundó la habitación de agua en dos quintas partes...», «Los dos tercios del barril están vacíos...», «Me he gastado la tercera parte de la paga...».
- Una fracción es una expresión matemática en la que se distinguen dos términos: **numerador** y **denominador**, separados por una línea horizontal que se denomina **raya de fracción**.

En general, si  $a$  y  $b$  son dos números naturales (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, ...), una fracción se escribe:

$$\begin{array}{c} \text{Raya de} \\ \text{fracción} \end{array} \longrightarrow \frac{a}{b} \longleftarrow \begin{array}{l} \text{Numerador} \\ \text{Denominador} \end{array} \quad \frac{2}{3}, \frac{4}{9} \text{ y } \frac{1}{2} \text{ son ejemplos de fracciones.}$$

## LA FRACCIÓN COMO PARTE DE LA UNIDAD

Elena abre una caja de quesitos de 8 porciones y se come 2. Podemos expresar esta situación mediante una fracción:



$$\frac{2}{8} \longrightarrow \begin{array}{l} \text{Numerador: número de porciones que se come.} \\ \text{Denominador: número de porciones de la caja.} \end{array}$$

- **Significado del denominador:** número de partes iguales en las que se divide la unidad.
- **Significado del numerador:** número de partes que tomamos de la unidad.
- **Significado de la raya de fracción:** partición, parte de, entre, división o cociente.

## ¿Cómo se leen las fracciones?

SI EL NUMERADOR ES	1	2	3	4	5	6	7	8	9	...
SE LEE	Un	Dos	Tres	Cuatro	Cinco	Seis	Siete	Ocho	Nueve	...

SI EL DENOMINADOR ES	2	3	4	5	6	7	8	9	10
SE LEE	Medios	Tercios	Cuartos	Quintos	Sextos	Séptimos	Octavos	Novenos	Décimos

Si el denominador es mayor que 10, se lee el número seguido del término *-avo*.

SI EL DENOMINADOR ES	11	12	13	14	15	...	20
SE LEE	Onceavos	Doceavos	Treceavos	Catorceavos	Quinceavos	...	Veinteavos

## Ejemplos

$$\frac{3}{8} \text{ se lee «tres octavos»} \quad \frac{6}{9} \text{ se lee «seis novenos»} \quad \frac{12}{21} \text{ se lee «doce veintiunavos»}.$$

**1** Completa la siguiente tabla.

FRACCIÓN	NUMERADOR	DENOMINADOR	SE LEE
$\frac{4}{9}$			
$\frac{7}{12}$			
$\frac{12}{16}$			
$\frac{10}{25}$			
$\frac{3}{4}$			

**2** Completa la siguiente tabla.

FRACCIÓN	$\frac{6}{10}$			
NUMERADOR	6			
DENOMINADOR	10			
SE LEE		Once sextos	Quince treintavos	Dos quintos

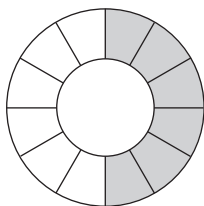
### REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LAS FRACCIONES

Para dibujar y/o representar gráficamente las fracciones seguimos estos pasos.

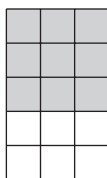
- 1.º Elegimos el tipo de dibujo: círculo, rectángulo, cuadrado, triángulo (normalmente es una figura geométrica).
- 2.º Dividimos la figura en tantas partes iguales como nos indica el denominador.
- 3.º Coloreamos, marcamos o señalamos las partes que nos indica el numerador.

**3** Escribe la fracción que representa la parte sombreada de los gráficos.

a)



b)



c)



### LA FRACCIÓN COMO VALOR DECIMAL

Al dividir el numerador entre el denominador se obtiene un número decimal, que es el valor numérico de la fracción.

Si quiero repartir 7 naranjas entre 2 niños  $\left(\frac{7}{2}\right)$ , ¿cuántas le corresponden a cada uno?

$$\begin{array}{r} 7 \quad | \quad 2 \\ 10 \quad 3,5 \\ 0 \end{array}$$

• Le tocarían 3 naranjas completas a cada niño.

• Sobra 1 naranja, por lo que, entre dos niños, tocan a media naranja (0,5) cada uno.

$$\frac{7}{2} = 7 : 2 = 3,5$$

**4** Halla la expresión decimal de las siguientes fracciones.

a)  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{3}{15}$

e)  $\frac{9}{4}$

b)  $\frac{10}{20}$

d)  $\frac{5}{10}$

f)  $\frac{15}{20}$

**5** Expresa en forma de fracción y halla el valor numérico de estos casos.

- a) Cuatro kilogramos de peras en ocho bolsas.
- b) Doce litros de refresco de cola en ocho botellas.
- c) Cincuenta litros de agua en cien cantimploras.
- d) Tres salchichas para cuatro perros.

### LA FRACCIÓN DE UNA CANTIDAD

Un tonel de 20 litros de vino está lleno hasta los dos quintos de su capacidad. ¿Cuántos litros contiene?

Tenemos que hallar lo que vale  $\frac{2}{5}$  de 20, es decir, una fracción de una cantidad.

Se puede hacer de dos maneras:

$$\frac{2}{5} \text{ de } 20$$

- a) Se multiplica la cantidad por el numerador y se divide entre el denominador.
- b) Se divide la cantidad entre el denominador y se multiplica por el numerador.

Lo comprobamos:

- a)  $(20 \cdot 2) : 5 = 40 : 5 = 8$  litros contiene el tonel.
- b)  $(20 : 5) \cdot 2 = 4 \cdot 2 = 8$  litros contiene el tonel.

**6** En una excursión de senderismo los alumnos de 2.º ESO han realizado los  $\frac{2}{3}$  de la marcha programada, que es de 6.000 metros de longitud. ¿Qué distancia han recorrido?

# IDENTIFICAR Y ENTENDER LAS FRACCIONES EQUIVALENTES

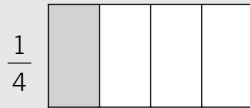
## FRACCIONES EQUIVALENTES

- Equivalente es sinónimo de «igual», que tiene el mismo valor, o que representa la misma cantidad.

Así,  $\frac{1}{4}$  y  $\frac{2}{8}$  son fracciones equivalentes.

- Tienen el mismo valor:  $\frac{1}{4} = 1 : 4 = 0,25$        $\frac{2}{8} = 2 : 8 = 0,25$

- Representan la misma cantidad:



- En general, para comprobar si dos fracciones son equivalentes se multiplica en cruz, obteniendo el mismo resultado.

$$\frac{1}{4} \begin{array}{l} \nearrow \\ \searrow \end{array} \frac{2}{8}$$

$$\begin{array}{cc} 1 \cdot 8 = 4 \cdot 2 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ 8 \quad 8 \end{array}$$

- 1** Comprueba si son equivalentes las siguientes fracciones (*utiliza el criterio del valor numérico*).

a)  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{4}{12}$

b)  $\frac{3}{6}$  y  $\frac{9}{18}$

- 2** Comprueba si son equivalentes las fracciones (*utiliza la representación gráfica*).

a)  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{6}$

b)  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{2}{4}$

- 3** Halla el término que falta para que sean equivalentes estas fracciones.

a)  $\frac{2}{2} = \frac{8}{16} = \frac{\quad}{12}$

c)  $\frac{2}{5} = \frac{\quad}{20} = \frac{6}{\quad}$

b)  $\frac{7}{7} = \frac{3}{21} = \frac{2}{\quad}$

d)  $\frac{3}{8} = \frac{6}{\quad} = \frac{\quad}{40}$

### PROPIEDAD FUNDAMENTAL DE LAS FRACCIONES

- Si se multiplica o se divide el numerador y el denominador de una fracción por un mismo número, obtenemos una fracción equivalente y el valor de la fracción no varía.
  - $\frac{2}{5}$  multiplicamos numerador y denominador por 3:  $\frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{6}{15} \rightarrow \frac{2}{5} \rightarrow \frac{6}{15} \rightarrow 2 \cdot 15 = 5 \cdot 6$
  - $\frac{18}{12}$  dividimos numerador y denominador entre 6:  $\frac{18 : 6}{12 : 6} = \frac{3}{2} \rightarrow \frac{18}{12} \rightarrow \frac{3}{2} \rightarrow 18 \cdot 2 = 12 \cdot 3$
- Si multiplicamos, se utiliza el término **amplificar**.
- Si dividimos, se utiliza el término **simplificar**. Una fracción que no se puede simplificar se llama **fracción irreducible**.

**4** Escribe fracciones equivalentes a la dada mediante amplificación (*multiplica en el numerador y el denominador por el mismo número*).

a)  $\frac{1}{3} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} = \frac{4}{12} = \frac{\quad}{36} = \text{---}$

c)  $\frac{5}{7} = \text{---} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$

b)  $\frac{2}{5} = \text{---} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$

d)  $\frac{3}{2} = \text{---} = \text{---} = \text{---} = \text{---}$

**5** Escribe fracciones equivalentes a la dada mediante simplificación (*divide en el numerador y el denominador entre el mismo número*).

a)  $\frac{20}{40} = \frac{10}{20} = \frac{5}{\quad}$

c)  $\frac{48}{16} = \frac{24}{\quad} = \text{---}$

b)  $\frac{20}{30} = \text{---} = \text{---}$

d)  $\frac{30}{35} = \text{---} = \text{---}$

**6** Escribe 5 fracciones equivalentes a:

a)  $\frac{7}{11}$

b)  $\frac{4}{10}$

**7** Escribe.

a) Una fracción equivalente a  $\frac{2}{4}$  y que tenga 6 como numerador.

b) Una fracción equivalente a  $\frac{3}{5}$  y que tenga 15 como denominador.

**8** Completa la siguiente tabla.

FRACCIÓN	$\frac{20}{30}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{8}{4}$	$\frac{7}{9}$
¿ES IRREDUCIBLE?				
FRACCIONES EQUIVALENTES (simplificación)				

## COMPARACIÓN DE FRACCIONES

Jorge, Araceli y Lucas han comprado el mismo número de sobres de cromos. Jorge ha pegado los dos tercios de los cromos, Araceli la mitad y Lucas los tres cuartos. ¿Quién ha pegado más cromos?

Los pasos que hay que seguir son:

1.º Obtener fracciones equivalentes y encontrar aquellas que tengan el mismo denominador.

2.º Comparar sus numeradores. La fracción que tenga mayor numerador será la mayor.

1.º Jorge:  $\frac{2}{3}$  Fracciones equivalentes:  $\frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15}, \dots$

Araceli:  $\frac{1}{2}$  Fracciones equivalentes:  $\frac{1}{2} = \frac{2}{4} = \frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{6}{12} = \frac{7}{14}, \dots$

Lucas:  $\frac{3}{4}$  Fracciones equivalentes:  $\frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16}, \dots$

$\frac{8}{12}$ ,  $\frac{6}{12}$  y  $\frac{9}{12}$  tienen el mismo denominador.

2.º Ordenamos las fracciones, de mayor a menor, con el símbolo «mayor que»,  $>$ .

$$\frac{9}{12} > \frac{8}{12} > \frac{6}{12} \rightarrow \frac{3}{4} > \frac{2}{3} > \frac{1}{2}$$

Lucas fue el que pegó más cromos, luego Jorge y, por último, Araceli.

9 Ordena, de menor a mayor ( $<$ ), las siguientes fracciones:  $\frac{4}{20}, \frac{8}{20}, \frac{6}{20}, \frac{5}{20}, \frac{1}{20}, \frac{9}{20}, \frac{3}{20}, \frac{10}{20}$ .

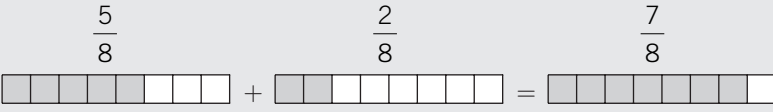
10 Una herencia se ha repartido de esta manera entre tres hermanos: Pedro,  $\frac{1}{4}$ ; Carmen,  $\frac{7}{12}$ , y Olga,  $\frac{1}{6}$ .

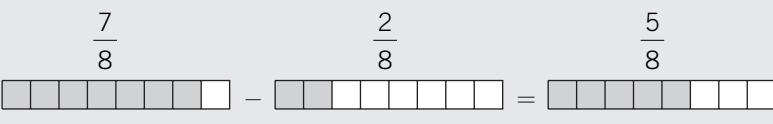
- ¿A quién le toca la mayor parte de la herencia?
- ¿Y a quién le toca la menor?

# REALIZAR OPERACIONES DE SUMA Y RESTA DE FRACCIONES

## SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON IGUAL DENOMINADOR

Para sumar o restar fracciones con igual denominador, se suman o se restan los numeradores y se mantiene el mismo denominador.

$$\frac{5}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5+2}{8} = \frac{7}{8}$$


$$\frac{7}{8} - \frac{2}{8} = \frac{7-2}{8} = \frac{5}{8}$$


### 1 Calcula.

a)  $\frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \text{---}$

c)  $\frac{6}{10} + \frac{1}{10} + \frac{2}{10} = \text{---}$

e)  $\frac{3}{13} + \frac{4}{13} + \frac{9}{13} = \frac{9}{13}$

b)  $\frac{6}{8} - \frac{3}{8} = \text{---}$

d)  $\frac{4}{7} + \frac{1}{7} - \frac{2}{7} = \text{---}$

f)  $\frac{4}{11} + \frac{6}{11} - \frac{5}{11} = \frac{5}{11}$

### 2 Haz estas operaciones.

a)  $\left(\frac{4}{9} + \frac{2}{9}\right) + \frac{1}{9} =$

c)  $\left(\frac{15}{10} - \frac{6}{10}\right) - \frac{5}{10} =$

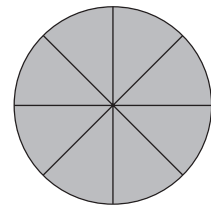
b)  $\frac{17}{9} - \left(\frac{12}{9} - \frac{10}{9}\right) =$

d)  $\frac{5}{8} + \left(\frac{7}{8} - \frac{4}{8}\right) =$

### 3 De una tarta de frambuesa, Carmen come los dos octavos, Luis los tres octavos y Clara un octavo.

- a) ¿Cuántos octavos se han comido entre los tres?  
 b) Eva llegó tarde a la merienda. ¿Cuánto le dejaron?

Expresa el problema numérica y gráficamente.



### 4 En una bolsa hay 50 cromos: $\frac{24}{50}$ de la bolsa son de automóviles, $\frac{16}{50}$ son de aviones y el resto son de motos. Calcula.

- a) La fracción de cromos de automóviles y aviones.  
 b) La fracción de cromos de motos.

## SUMA Y RESTA DE FRACCIONES CON DISTINTO DENOMINADOR

Para sumar o restar fracciones con distinto denominador, se siguen estos pasos.

1.º Buscamos fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador.

2.º Sumamos o restamos los numeradores, dejando el mismo denominador.

$$\frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{1}{4} = \frac{2}{8} = \frac{\mathbf{3}}{12} = \frac{4}{16} = \frac{5}{20} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{2}{3} = \frac{4}{6} = \frac{6}{9} = \frac{\mathbf{8}}{12} = \frac{10}{15} \dots \end{array} \right\} \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3}{12} + \frac{8}{12} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$$

Observa que 12 es el menor múltiplo común de 4 y 3 (m.c.m.).

$$\frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Equivalentes a } \frac{7}{5} = \frac{14}{10} = \frac{21}{15} = \frac{\mathbf{28}}{20} = \frac{35}{25} \dots \\ \text{Equivalentes a } \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{\mathbf{15}}{20} \dots \end{array} \right\} \frac{7}{5} - \frac{3}{4} = \frac{28}{20} - \frac{15}{20} = \frac{28-15}{20} = \frac{13}{20}$$

Observa que 20 es el menor múltiplo común de 5 y 4 (m.c.m.).

### 5 Completa y realiza las siguientes operaciones.

a)  $\frac{3}{5} + \frac{2}{4} = \frac{\quad}{20} + \frac{\quad}{20} =$

c)  $\frac{7}{9} - \frac{4}{6} = \frac{\quad}{18} - \frac{\quad}{18} =$

e)  $\frac{2}{4} + \frac{3}{4} + \frac{4}{3} =$

b)  $\frac{4}{6} - \frac{3}{9} =$

d)  $\frac{1}{3} + \frac{2}{7} =$

f)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{7} - \frac{1}{3} =$

### 6 Calcula (en operaciones combinadas, primero se efectúan los paréntesis).

a)  $\left(\frac{2}{3} + \frac{4}{5}\right) + \frac{1}{15} =$

c)  $\left(\frac{4}{5} - \frac{1}{10}\right) - \frac{5}{10} =$

b)  $\frac{7}{3} - \left(\frac{12}{9} - \frac{10}{9}\right) =$

d)  $\frac{5}{8} + \left(\frac{3}{4} - \frac{4}{8}\right) =$

### 7 De un barril de cerveza, David saca dos quintos de su contenido y Amparo un tercio. Exprésalo numérica y gráficamente.

a) ¿Qué fracción de cerveza sacaron entre los dos?

b) ¿Quién sacó más cerveza?



# REALIZAR OPERACIONES DE MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN DE FRACCIONES

## PRODUCTO DE FRACCIONES

El producto de dos o más fracciones es otra fracción cuyo numerador es el producto de los numeradores, y el denominador, el producto de los denominadores (producto en paralelo).

### EJEMPLO

$$\frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{5 \cdot 4} = \frac{6}{20}$$

Siempre que sea posible, se simplifica el resultado:  $\frac{6}{20} = \frac{6 : 2}{20 : 2} = \frac{3}{10}$ .

**1** Calcula los siguientes productos de fracciones.

a)  $\frac{2}{6} \cdot \frac{3}{5} =$

c)  $\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{8} =$

b)  $\frac{5}{3} \cdot \frac{4}{7} =$

d)  $\frac{4}{5} \cdot \frac{6}{7} =$

**2** Calcula y simplifica el resultado siempre que sea posible.

a)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2 \cdot 1}{3 \cdot 4} =$

c)  $\frac{4}{7} \cdot \frac{7}{3} \cdot \frac{5}{2} =$

b)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{3}{5} =$

d)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{2} =$

**3** En una caja de relojes,  $\frac{2}{5}$  son de color azul y  $\frac{3}{4}$  de esos relojes azules son sumergibles.  
¿Qué fracción del total representan los relojes azules sumergibles?

$$\frac{3}{4} \text{ de } \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 2}{4 \cdot 5} = \text{---}$$

## PRODUCTO DE UNA FRACCIÓN POR UN NÚMERO

Para multiplicar una fracción por un número, se multiplica el número por el numerador de la fracción y se deja el mismo denominador (todo número está dividido por la unidad).

### EJEMPLO

$$\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{4}{1} = \frac{8}{5}$$

**4** Calcula y simplifica el resultado siempre que sea posible.

a)  $\frac{2}{3} \cdot 6 =$

b)  $\frac{2}{3} \cdot \frac{4}{10} \cdot 5 =$

5 Calcula la fracción que falta en cada caso para que se cumpla la igualdad (si puedes, simplifica).

a)  $\frac{5}{8} \cdot \text{---} = \frac{20}{56} = \text{---} = \text{---}$

c)  $\frac{1}{3} \cdot \text{---} = \frac{1}{9}$

b)  $\text{---} \cdot \frac{4}{10} = \frac{24}{20} = \text{---} = \text{---}$

d)  $\text{---} \cdot \frac{2}{7} = \frac{14}{21} = \text{---}$

### DIVISIÓN DE FRACCIONES

La división de dos fracciones es otra fracción cuyo numerador y denominador es el producto cruzado de los términos de las fracciones dadas (producto en cruz).

### EJEMPLO

$$\frac{4}{5} : \frac{2}{3} = \frac{4 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{12}{10}$$

Siempre que sea posible, se simplifica el resultado:  $\frac{12}{10} = \frac{12 : 2}{10 : 2} = \frac{6}{5}$ .

6 Calcula y simplifica siempre que se pueda.

a)  $\frac{3}{6} : \frac{8}{12} = \frac{3 \cdot 12}{6 \cdot 8} = \text{---} = \text{---}$

d)  $\frac{4}{6} : \frac{2}{5} =$

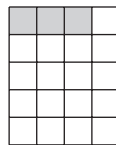
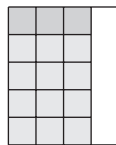
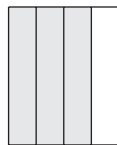
b)  $\frac{7}{3} : \frac{1}{2} =$

e)  $\frac{4}{6} : \frac{3}{7} =$

c)  $\frac{1}{5} : \frac{3}{6} =$

f)  $\frac{5}{3} : \frac{5}{3} =$

7 Queremos repartir tres cuartas partes de una caja de golosinas entre 5 amigos. ¿Qué parte de fracción le corresponde a cada uno?



$$\frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{20}$$

$$\frac{3}{4} \text{ dividido entre } \frac{5}{1} \rightarrow \frac{3}{4} : 5 = \frac{3}{4} : \frac{5}{1} = \frac{3 \cdot 1}{4 \cdot 5} = \frac{3}{20}$$

8 Calcula.

a)  $\frac{2}{3} : \frac{8}{12} = \frac{2 \cdot 12}{3 \cdot 8} = \text{---} =$

c)  $\frac{3}{6} : \frac{2}{7} =$

e)  $\frac{2}{5} : 2 =$

b)  $\frac{3}{6} : 2 =$

d)  $\frac{2}{7} : \frac{3}{6} =$

f)  $\frac{6}{3} : 3 =$

- 9 Calcula la fracción que falta en cada caso para que se cumpla la igualdad (si puedes, simplifica).

a)  $\frac{5}{8} : \text{---} = \frac{15}{8}$

d)  $\frac{4}{3} : \text{---} = \frac{8}{6} =$

b)  $\text{---} : \frac{4}{3} = \frac{12}{20} =$

e)  $\text{---} : \frac{2}{6} = \frac{36}{10} =$

c)  $\text{---} : 4 = \frac{10}{12} =$

f)  $5 : \text{---} = \frac{35}{7} =$

- 10 En una fiesta de cumpleaños se han preparado 25 litros de chocolate. ¿Cuántas tazas de un cuarto de litro se pueden distribuir?



Bidón



Taza

- 11 Con una botella de refresco de cola, cuya capacidad es de tres cuartos de litro, se llenan 6 vasos. ¿Qué fracción de litro cabe en cada vaso? (Simplifica, si se puede, el resultado.)



Refresco de cola



Vaso

- 12 Realiza las siguientes operaciones combinadas de fracciones y simplifica siempre que sea posible. (Recuerda el orden de las operaciones: paréntesis, multiplicaciones y/o divisiones, sumas y/o restas.)

a)  $\left(\frac{5}{4} + \frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{7} - \frac{2}{7}\right) =$

b)  $\left(\frac{5}{4} \cdot \frac{3}{4}\right) : \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) =$

c)  $\left(\frac{7}{3} : \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{2}{3} - \frac{1}{3}\right) - \left(\frac{4}{3} \cdot \frac{1}{2}\right) =$