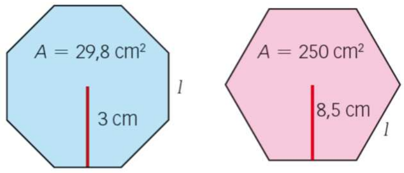
30. **Halla el lado de estos polígonos regulares.**



OCTÓGONO:

$$A = 29{,}8\ \text{cm}^2 = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{P \cdot 3}{2} \rightarrow P = \frac{29{,}8 \cdot 2}{3} = 19{,}87\ \text{cm}$$

El lado del octógono es $l = \frac{19{,}87}{8} = 2{,}48\ \text{cm}$.

HEXÁGONO:

$$A = 250\ \text{cm}^2 = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{P \cdot 8{,}5}{2} \rightarrow P = \frac{250 \cdot 2}{8{,}5} = 58{,}82\ \text{cm}$$

El lado del hexágono es $l = \frac{58{,}82}{6} = 9{,}8\ \text{cm}$.

31. **Determina la altura y el perímetro de un triángulo equilátero de área 2 dm².**

La altura del triángulo equilátero, *h*, y el lado, *l*, del triángulo tienen esta relación:

$$h^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 = l^2 \rightarrow h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3l^2}{4} \rightarrow h = \sqrt{\frac{3l^2}{4}} = \frac{l}{2}\sqrt{3}$$

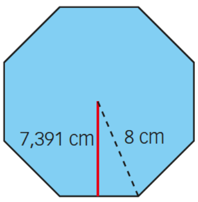
$$A = 2\ \text{dm}^2 = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{l \cdot \frac{l}{2}\sqrt{3}}{2} = \frac{l^2}{4}\sqrt{3} \rightarrow l^2 = \frac{2 \cdot 4}{\sqrt{3}} = 4{,}62 \rightarrow l = 2{,}15\ \text{dm}$$

Ahora ya se pueden calcular la altura y el perímetro:

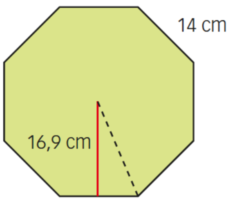
$$h = \frac{l}{2}\sqrt{3} = \frac{2{,}15}{2}\sqrt{3} = 1{,}86\ \text{dm} \qquad P = 3l = 3 \cdot 2{,}15 = 6{,}45\ \text{dm}$$

32. **Calcula el área de los siguientes polígonos regulares.**

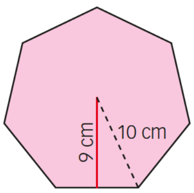
a)



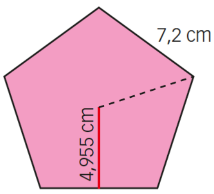
c)



b)



d)



a) En el triángulo rectángulo formado por la apotema, el radio y la mitad del lado, se tiene:

$$8^2 = 7{,}391^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{l}{2} = \sqrt{64 - 54{,}63} = 3{,}06 \text{ cm} \rightarrow l = 6{,}12 \text{ cm}$$

El área del octógono es $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{6{,}12 \cdot 8 \cdot 7{,}391}{2} = 180{,}93 \text{ cm}^2$.

b) En el triángulo rectángulo formado por la apotema, el radio y la mitad del lado, se tiene:

$$10^2 = 9^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow \frac{l}{2} = \sqrt{100 - 81} = 4{,}36 \text{ cm} \rightarrow l = 8{,}72 \text{ cm}$$

El área del heptágono es $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{8{,}72 \cdot 7 \cdot 9}{2} = 274{,}68 \text{ cm}^2$.

c) El área del octógono es $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{8 \cdot 14 \cdot 16{,}9}{2} = 946{,}40 \text{ cm}^2$.

d) El área del pentágono es $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{7{,}2 \cdot 5 \cdot 4{,}955}{2} = 89{,}19 \text{ cm}^2$.

33. Calcula el área de un octógono regular de 5,2 cm de lado y 6,794 cm de radio.

Se calcula primero la apotema:

$$6{,}794^2 = 2{,}6^2 + a^2 \rightarrow a = \sqrt{6{,}794^2 - 6{,}76} = 6{,}28 \text{ cm}$$

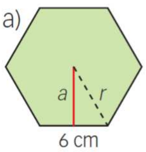
El área es $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{5{,}2 \cdot 8 \cdot 6{,}28}{2} = 130{,}62 \text{ cm}^2$.

34. Calcula el radio de un pentágono regular de lado 10,8 cm y de apotema 7,43 cm.

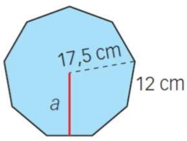
$$r^2 = a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow r = \sqrt{7{,}43^2 + 5{,}4^2} = 9{,}19 \text{ cm}$$

35. Calcula la apotema en estos polígonos regulares.

a)



b)



a) El lado es igual al radio, por tanto, se tiene: $r^2 = a^2 + \left(\frac{r}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{6^2 - 3^2} = \sqrt{27} = 5{,}2 \text{ cm}$.

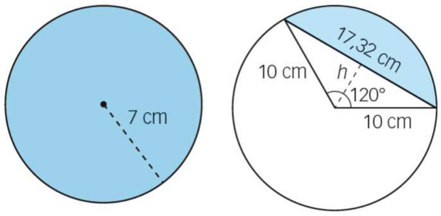
b) $r^2 = a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow a = \sqrt{17{,}5^2 - 6^2} = \sqrt{270{,}25} = 16{,}44 \text{ cm}$

36. Calcula el área de un hexágono regular de 9 cm de apotema.

Se calcula el lado: $l^2 = a^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow l^2 = 9^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \rightarrow 81 = l^2 - \frac{l^2}{4} = \frac{3l^2}{4} \rightarrow l = \sqrt{\frac{81 \cdot 4}{3}} = 10{,}39 \text{ cm}$.

Se calcula el área: $A = \frac{P \cdot a}{2} = \frac{10{,}39 \cdot 6 \cdot 9}{2} = 280{,}53 \text{ cm}^2$

37. **Calcula el área y el perímetro de estas figuras.**



a) $A = \pi r^2 = \pi \cdot 7^2 = 153{,}94\ \text{cm}^2$ y $P = 2\pi r = 14\pi = 43{,}98$ cm

b) Se halla la altura del triángulo. Para ello se aplica el teorema de Pitágoras al triángulo rectángulo cuya hipotenusa es el radio y cuyos catetos son la altura y la mitad de la cuerda:

$$10^2 = \left(\frac{17{,}32}{2}\right)^2 + h^2 \rightarrow h^2 = 25{,}0044 \rightarrow h = 5$$

Se calcula el área del triángulo y el área del sector:

$$A_{\text{Sector}} = \frac{\pi r^2 \alpha}{360} = \frac{\pi \cdot 10^2 \cdot 120}{360} = 104{,}72\ \text{cm}^2 \qquad A_{\text{Triángulo}} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{17{,}32 \cdot 5}{2} = 43{,}3\ \text{cm}^2$$

Se resta el área del triángulo a la del sector para obtener el área del segmento circular:

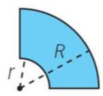
$$A = A_{\text{Sector}} - A_{\text{Triángulo}} = 104{,}72 - 43{,}3 = 61{,}42\ \text{cm}^2$$

$$P = \frac{2\pi r \alpha}{360} + 17{,}32 = \frac{2\pi \cdot 10 \cdot 120}{360} + 17{,}32 = 38{,}26\ \text{cm}$$

38. **Calcula el radio del sector circular de amplitud 135° y área 3,817 cm².**

$$A = \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360} \rightarrow 3{,}817 = \frac{\pi r^2 \cdot 135}{360} \rightarrow r^2 = \frac{3{,}817 \cdot 360}{\pi \cdot 135} = 3{,}24 \rightarrow r = 1{,}8\ \text{cm}$$

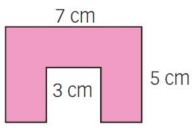
39. **Calcula el área de la zona coloreada de la figura circular en donde $\alpha = 90°$, $r = 3$ cm y $R = 9$ cm.**



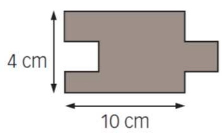
$$A = \frac{\pi R^2 \cdot \alpha}{360} - \frac{\pi r^2 \cdot \alpha}{360} = \frac{\pi \left(R^2 - r^2\right) \cdot \alpha}{360} = \frac{\pi \left(9^2 - 3^2\right) \cdot 90}{360} = 56{,}55\ \text{cm}^2$$

40. **Determina el área de las figuras.**

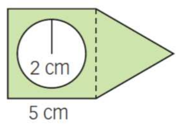
a)



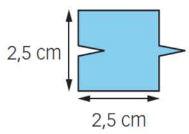
b)



c)



d)



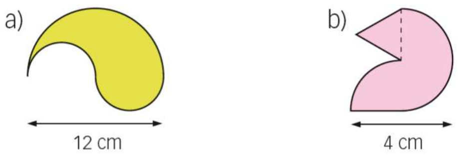
a) $A = 7 \cdot 5 - 3 \cdot 3 = 26\ \text{cm}^2$.

b) $A = 10 \cdot 4 = 40\ \text{cm}^2$.

c) $h = \sqrt{5^2 - 2{,}5^2} = 4{,}33 \rightarrow A = 5 \cdot 5 + (5 \cdot 4{,}33)/2 - 4\pi = 23{,}26\ \text{cm}^2$

d) $A = 2{,}5 \cdot 2{,}5 = 6{,}25\ \text{cm}^2$.

41. **Calcula el área.**



a) Es un semicírculo al que le restamos y le sumamos la misma superficie, luego será el equivalente al área del semicírculo: $A = \frac{\pi r^2}{2} = \frac{36\pi}{2} = 56{,}55\ \text{cm}^2$.

b) Es un semicírculo más un cuarto de círculo, es decir, tres cuartos de círculo más un triángulo isósceles:

$$A = \frac{3}{4}\pi \cdot 2^2 + \frac{2 \cdot 2}{2} = 3\pi + 2 = 11{,}42\ \text{cm}^2$$

42. **Halla el área de estas figuras.**

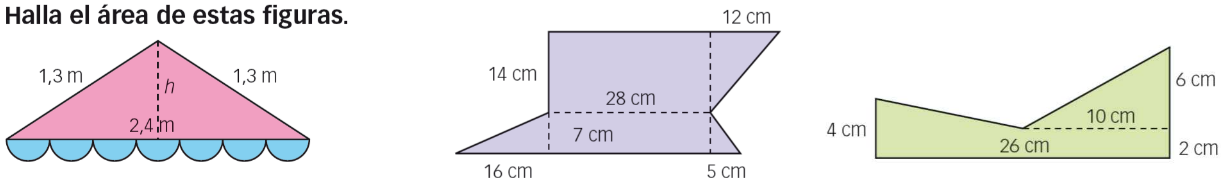


FIGURA DE LA IZQUIERDA:

El área de la figura es la suma de las áreas de un triángulo y la de 7 semicírculos:

$$A = A_{\text{Triángulo}} + 7 \cdot A_{\text{Semicírculos}}$$

Primero se calcula la altura del triángulo: $h = \sqrt{1{,}3^2 - 1{,}2^2} = 0{,}5\ \text{m}$

Después, se calcula el radio de los semicírculos: $r = \frac{2{,}4}{7 \cdot 2} = 0{,}17\ \text{m}$

Así, el área de la figura es: $A = A_{\text{Triángulo}} + 7 \cdot A_{\text{Semicírculos}} = \frac{2{,}4 \cdot 0{,}5}{2} + 7 \cdot \frac{\pi \cdot (0{,}17)^2}{2} = 0{,}6 + 0{,}32 = 0{,}92\ \text{m}^2$.

FIGURA CENTRAL:

Con ayuda de las líneas discontinuas verticales se obtienen cuatro figuras, un rectángulo y tres triángulos:

$$A = \frac{16 \cdot 7}{2} + 21 \cdot 28 + \frac{12 \cdot 14}{2} + \frac{5 \cdot 7}{2} = 56 + 588 + 84 + 17{,}5 = 745{,}5\ \text{cm}^2$$

FIGURA DE LA DERECHA:

Continuando la línea discontinua hacia la izquierda, se obtienen tres figuras, dos triángulos y un rectángulo:

$$A = \frac{16 \cdot 2}{2} + 26 \cdot 2 + \frac{10 \cdot 6}{2} = 16 + 52 + 30 = 98\ \text{cm}^2$$

ACTIVIDADES FINALES

43. **Halla y dibuja estos lugares geométricos.**

a) Los puntos del plano que equidistan de los extremos A y B de un segmento de 5 cm.

b) Los puntos del plano que equidistan de los lados de un ángulo de 80°.

c) Los puntos del plano que equidistan de dos vértices no consecutivos de un cuadrado.